



Manual de Construção de Triângulos

Todos os volumes disponibilizados ao público estão em

<http://www.escolademestres.com/blogs/questoesresolvidas/matematica/306-construcoes-geometricas-de-triangulosversao-eletronica>

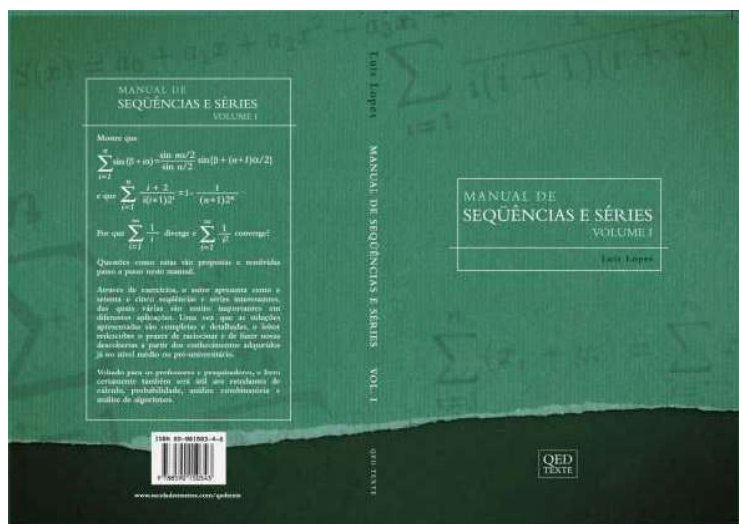
Caso você goste do trabalho, há um link na mesma página para que você possa fazer uma contribuição para projeto através do Paypal.

<http://www.escolademestres.com/gedtexte>

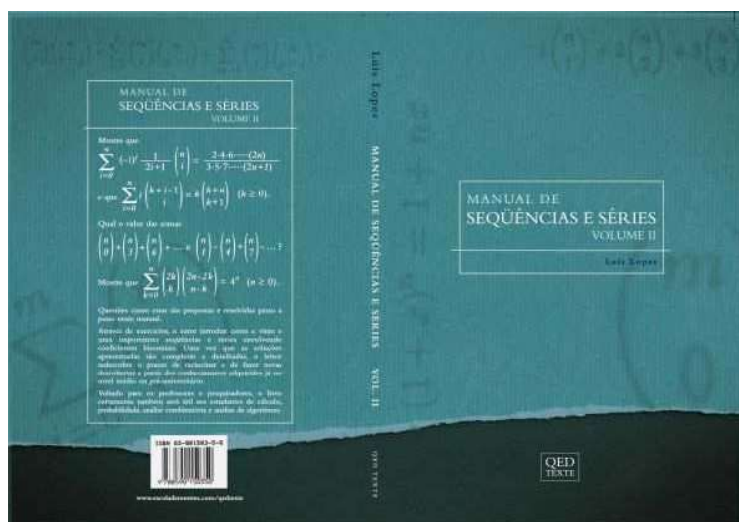
Coleção de Matemática do Prof Luís Lopes

Tópicos abordados são os seguintes:

Seqüências e Séries - Volume 1

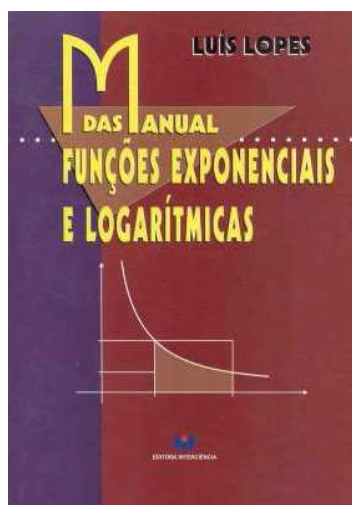


Volume 2

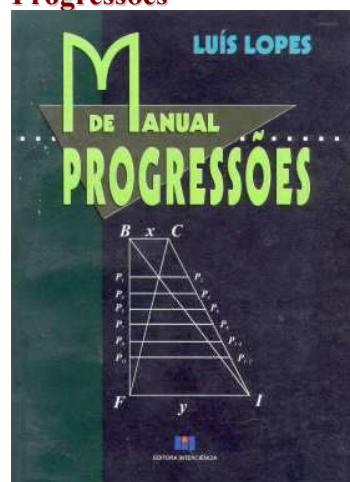


Coleção de Matemática do Prof Luís Lopes

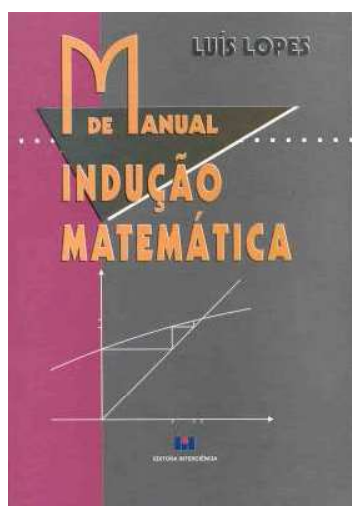
Funções Exponenciais e Logarítmicas



Progressões



Indução Matemática



This file was produced on February 27, 2015.
Montreal, CA and Rio de Janeiro, BR.
Work in progress.

Do not print. Spare the planet.
Contributions of all kinds are welcome.
Consider new constructions and insights,
algebraic developments and numerical solution,
discussion to existence and number of solutions,
references, etc.

Este arquivo foi criado em 27 de fevereiro de
2015. Montreal, CA e Rio de Janeiro, BR.
Trabalho em desenvolvimento.
Não imprima. Evite desperdícios.
Colaborações de qualquer natureza são
solicitadas.

Conteúdo

3 EXERCÍCIOS	1
4 CONSTRUÇÕES E SOLUÇÕES ALGÉBRICAS	15
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	23

Lista de Figuras

CAPÍTULO 3

EXERCÍCIOS

O enunciado de todos os exercícios começa por: construir um triângulo $\triangle ABC$ sendo dados ...

- Exercício 1) $\triangle <\alpha, \beta, \gamma>$ (alpha,beta,gamma).
Exercício 2) $\triangle <\alpha, \beta, a>$ (alpha,beta,a).
Exercício 3) $\triangle <\alpha, \beta, c>$ (alpha,beta,c).
Exercício 4) $\triangle <\alpha, \beta, h_a>$ (alpha,beta,h_a).
Exercício 5) $\triangle <\alpha, \beta, h_c>$ (alpha,beta,h_c).
Exercício 6) $\triangle <\alpha, \beta, m_a>$ (alpha,beta,m_a).
Exercício 7) $\triangle <\alpha, \beta, m_c>$ (alpha,beta,m_c).
Exercício 8) $\triangle <\alpha, \beta, d_a>$ (alpha,beta,d_a).
Exercício 9) $\triangle <\alpha, \beta, d_c>$ (alpha,beta,d_c).
Exercício 10) $\triangle <\alpha, \beta, e_a>$ (alpha,beta,e_a).
Exercício 11) $\triangle <\alpha, \beta, e_c>$ (alpha,beta,e_c).
Exercício 12) $\triangle <\alpha, \beta, R>$ (alpha,beta,R).
Exercício 13) $\triangle <\alpha, \beta, r>$ (alpha,beta,r).
Exercício 14) $\triangle <\alpha, \beta, r_a>$ (alpha,beta,r_a).
Exercício 15) $\triangle <\alpha, \beta, r_c>$ (alpha,beta,r_c).

- Exercício 16) $\Delta \langle \alpha, a, b \rangle$ (alpha,a,b).
 Exercício 17) $\Delta \langle \alpha, b, c \rangle$ (alpha,b,c).
 Exercício 18) $\Delta \langle \alpha, a, h_a \rangle$ (alpha,a,h_a).
 Exercício 19) $\Delta \langle \alpha, a, h_b \rangle$ (alpha,a,h_b).
 Exercício 20) $\Delta \langle \alpha, b, h_a \rangle$ (alpha,b,h_a).
 Exercício 21) $\Delta \langle \alpha, b, h_b \rangle$ (alpha,b,h_b).
 Exercício 22) $\blacktriangle \langle \alpha, b, h_c \rangle$ (alpha,b,h_c).
 Exercício 23) $\Delta \langle \alpha, a, m_a \rangle$ (alpha,a,m_a).
 Exercício 24) $\Delta \langle \alpha, a, m_b \rangle$ (alpha,a,m_b).
 Exercício 25) $\Delta \langle \alpha, b, m_a \rangle$ (alpha,b,m_a).
 Exercício 26) $\Delta \langle \alpha, b, m_b \rangle$ (alpha,b,m_b).
 Exercício 27) $\Delta \langle \alpha, b, m_c \rangle$ (alpha,b,m_c).
 Exercício 28) $\Delta \langle \alpha, a, d_a \rangle$ (alpha,a,d_a).
 Exercício 29) $\Delta \langle \alpha, a, d_b \rangle$ (alpha,a,d_b).
 Exercício 30) $\Delta \langle \alpha, b, d_a \rangle$ (alpha,b,d_a).
 Exercício 31) $\Delta \langle \alpha, b, d_b \rangle$ (alpha,b,d_b).
 Exercício 32) $\Delta \langle \alpha, b, d_c \rangle$ (alpha,b,d_c).
 Exercício 33) $\Delta \langle \alpha, a, e_a \rangle$ (alpha,a,e_a).
 Exercício 34) $\Delta \langle \alpha, a, e_b \rangle$ (alpha,a,e_b).
 Exercício 35) $\Delta \langle \alpha, b, e_a \rangle$ (alpha,b,e_a).
 Exercício 36) $\Delta \langle \alpha, b, e_b \rangle$ (alpha,b,e_b).
 Exercício 37) $\Delta \langle \alpha, b, e_c \rangle$ (alpha,b,e_c).
 Exercício 38) $\blacktriangle \langle \alpha, a, R \rangle$ (alpha,a,R).
 Exercício 39) $\Delta \langle \alpha, b, R \rangle$ (alpha,b,R).
 Exercício 40) $\Delta \langle \alpha, a, r \rangle$ (alpha,a,r).
 Exercício 41) $\Delta \langle \alpha, b, r \rangle$ (alpha,b,r).
 Exercício 42) $\Delta \langle \alpha, a, r_a \rangle$ (alpha,a,r_a).
 Exercício 43) $\Delta \langle \alpha, a, r_b \rangle$ (alpha,a,r_b).
 Exercício 44) $\Delta \langle \alpha, b, r_a \rangle$ (alpha,b,r_a).

- Exercício 45) $\Delta \langle \alpha, b, r_b \rangle$ (alpha,b,r_b).
Exercício 46) $\Delta \langle \alpha, b, r_c \rangle$ (alpha,b,r_c).
Exercício 47) $\Delta \langle \alpha, h_a, h_b \rangle$ (alpha,h_a,h_b).
Exercício 48) $\Delta \langle \alpha, h_b, h_c \rangle$ (alpha,h_b,h_c).
Exercício 49) $\Delta \langle \alpha, h_a, m_a \rangle$ (alpha,h_a,m_a).
Exercício 50) $\Delta \langle \alpha, h_a, m_b \rangle$ (alpha,h_a,m_b).
Exercício 51) $\Delta \langle \alpha, h_b, m_a \rangle$ (alpha,h_b,m_a).
Exercício 52) $\Delta \langle \alpha, h_b, m_b \rangle$ (alpha,h_b,m_b).
Exercício 53) $\Delta \langle \alpha, h_b, m_c \rangle$ (alpha,h_b,m_c).
Exercício 54) $\Delta \langle \alpha, h_a, d_a \rangle$ (alpha,h_a,d_a).
Exercício 55) $\langle \alpha, h_a, d_b \rangle$ (alpha,h_a,d_b).
Exercício 56) $\Delta \langle \alpha, h_b, d_a \rangle$ (alpha,h_b,d_a).
Exercício 57) $\Delta \langle \alpha, h_b, d_b \rangle$ (alpha,h_b,d_b).
Exercício 58) $\langle \alpha, h_b, d_c \rangle$ (alpha,h_b,d_c).
Exercício 59) $\Delta \langle \alpha, h_a, e_a \rangle$ (alpha,h_a,e_a).
Exercício 60) $\langle \alpha, h_a, e_b \rangle$ (alpha,h_a,e_b).
Exercício 61) $\Delta \langle \alpha, h_b, e_a \rangle$ (alpha,h_b,e_a).
Exercício 62) $\Delta \langle \alpha, h_b, e_b \rangle$ (alpha,h_b,e_b).
Exercício 63) $\langle \alpha, h_b, e_c \rangle$ (alpha,h_b,e_c).
Exercício 64) $\Delta \langle \alpha, h_a, R \rangle$ (alpha,h_a,R).
Exercício 65) $\Delta \langle \alpha, h_b, R \rangle$ (alpha,h_b,R).
Exercício 66) $\Delta \langle \alpha, h_a, r \rangle$ (alpha,h_a,r).
Exercício 67) $\Delta \langle \alpha, h_b, r \rangle$ (alpha,h_b,r).
Exercício 68) $\Delta \langle \alpha, h_a, r_a \rangle$ (alpha,h_a,r_a).
Exercício 69) $\Delta \langle \alpha, h_a, r_b \rangle$ (alpha,h_a,r_b).
Exercício 70) $\Delta \langle \alpha, h_b, r_a \rangle$ (alpha,h_b,r_a).
Exercício 71) $\Delta \langle \alpha, h_b, r_b \rangle$ (alpha,h_b,r_b).
Exercício 72) $\Delta \langle \alpha, h_b, r_c \rangle$ (alpha,h_b,r_c).
Exercício 73) $\Delta \langle \alpha, m_a, m_b \rangle$ (alpha,m_a,m_b).

- Exercício 74) $\Delta \langle \alpha, m_b, m_c \rangle$ (alpha,m_b,m_c).
 Exercício 75) $\Delta \langle \alpha, m_a, d_a \rangle$ (alpha,m_a,d_a).
 Exercício 76) $\langle \alpha, m_a, d_b \rangle$ (alpha,m_a,d_b).
 Exercício 77) $\langle \alpha, m_b, d_a \rangle$ (alpha,m_b,d_a).
 Exercício 78) $\langle \alpha, m_b, d_b \rangle$ (alpha,m_b,d_b).
 Exercício 79) $\langle \alpha, m_b, d_c \rangle$ (alpha,m_b,d_c).
 Exercício 80) $\Delta \langle \alpha, m_a, e_a \rangle$ (alpha,m_a,e_a).
 Exercício 81) $\langle \alpha, m_a, e_b \rangle$ (alpha,m_a,e_b).
 Exercício 82) $\langle \alpha, m_b, e_a \rangle$ (alpha,m_b,e_a).
 Exercício 83) $\langle \alpha, m_b, e_b \rangle$ (alpha,m_b,e_b).
 Exercício 84) $\langle \alpha, m_b, e_c \rangle$ (alpha,m_b,e_c).
 Exercício 85) $\Delta \langle \alpha, m_a, R \rangle$ (alpha,m_a,R).
 Exercício 86) $\Delta \langle \alpha, m_b, R \rangle$ (alpha,m_b,R).
 Exercício 87) $\Delta \langle \alpha, m_a, r \rangle$ (alpha,m_a,r).
 Exercício 88) $\langle \alpha, m_b, r \rangle$ (alpha,m_b,r).
 Exercício 89) $\Delta \langle \alpha, m_a, r_a \rangle$ (alpha,m_a,r_a).
 Exercício 90) $\Delta \langle \alpha, m_a, r_b \rangle$ (alpha,m_a,r_b).
 Exercício 91) $\langle \alpha, m_b, r_a \rangle$ (alpha,m_b,r_a).
 Exercício 92) $\langle \alpha, m_b, r_b \rangle$ (alpha,m_b,r_b).
 Exercício 93) $\langle \alpha, m_b, r_c \rangle$ (alpha,m_b,r_c).
 Exercício 94) $\langle \alpha, d_a, d_b \rangle$ (alpha,d_a,d_b).
 Exercício 95) $\langle \alpha, d_b, d_c \rangle$ (alpha,d_b,d_c).
 Exercício 96) $\Delta \langle \alpha, d_a, e_a \rangle$ (alpha,d_a,e_a).
 Exercício 97) $\langle \alpha, d_a, e_b \rangle$ (alpha,d_a,e_b).
 Exercício 98) $\langle \alpha, d_b, e_a \rangle$ (alpha,d_b,e_a).
 Exercício 99) $\Delta \langle \alpha, d_b, e_b \rangle$ (alpha,d_b,e_b).
 Exercício 100) $\langle \alpha, d_b, e_c \rangle$ (alpha,d_b,e_c).
 Exercício 101) $\Delta \langle \alpha, d_a, R \rangle$ (alpha,d_a,R).
 Exercício 102) $\langle \alpha, d_b, R \rangle$ (alpha,d_b,R).

- Exercício 103) $\Delta \langle \alpha, d_a, r \rangle$ (alpha,d_a,r).
Exercício 104) $\Delta \langle \alpha, d_b, r \rangle$ (alpha,d_b,r).
Exercício 105) $\Delta \langle \alpha, d_a, r_a \rangle$ (alpha,d_a,r_a).
Exercício 106) $\Delta \langle \alpha, d_a, r_b \rangle$ (alpha,d_a,r_b).
Exercício 107) $\langle \alpha, d_b, r_a \rangle$ (alpha,d_b,r_a).
Exercício 108) $\Delta \langle \alpha, d_b, r_b \rangle$ (alpha,d_b,r_b).
Exercício 109) $\langle \alpha, d_b, r_c \rangle$ (alpha,d_b,r_c).
Exercício 110) $\langle \alpha, e_a, e_b \rangle$ (alpha,e_a,e_b).
Exercício 111) $\langle \alpha, e_b, e_c \rangle$ (alpha,e_b,e_c).
Exercício 112) $\Delta \langle \alpha, e_a, R \rangle$ (alpha,e_a,R).
Exercício 113) $\langle \alpha, e_b, R \rangle$ (alpha,e_b,R).
Exercício 114) $\Delta \langle \alpha, e_a, r \rangle$ (alpha,e_a,r).
Exercício 115) $\langle \alpha, e_b, r \rangle$ (alpha,e_b,r).
Exercício 116) $\Delta \langle \alpha, e_a, r_a \rangle$ (alpha,e_a,r_a).
Exercício 117) $\Delta \langle \alpha, e_a, r_b \rangle$ (alpha,e_a,r_b).
Exercício 118) $\Delta \langle \alpha, e_b, r_a \rangle$ (alpha,e_b,r_a).
Exercício 119) $\langle \alpha, e_b, r_b \rangle$ (alpha,e_b,r_b).
Exercício 120) $\Delta \langle \alpha, e_b, r_c \rangle$ (alpha,e_b,r_c).
Exercício 121) $\Delta \langle \alpha, R, r \rangle$ (alpha,R,r).
Exercício 122) $\Delta \langle \alpha, R, r_a \rangle$ (alpha,R,r_a).
Exercício 123) $\Delta \langle \alpha, R, r_b \rangle$ (alpha,R,r_b).
Exercício 124) $\Delta \langle \alpha, r, r_a \rangle$ (alpha,r,r_a).
Exercício 125) $\Delta \langle \alpha, r, r_b \rangle$ (alpha,r,r_b).
Exercício 126) $\Delta \langle \alpha, r_a, r_b \rangle$ (alpha,r_a,r_b).
Exercício 127) $\Delta \langle \alpha, r_b, r_c \rangle$ (alpha,r_b,r_c).
Exercício 128) $\Delta \langle a, b, c \rangle$ (a,b,c).
Exercício 129) $\Delta \langle a, b, h_a \rangle$ (a,b,h_a).
Exercício 130) $\Delta \langle a, b, h_c \rangle$ (a,b,h_c).
Exercício 131) $\Delta \langle a, b, m_a \rangle$ (a,b,m_a).

Exercício 132) $\Delta \langle a, b, m_c \rangle$ (a, b, m_c) .

Exercício 133) $\langle a, b, d_a \rangle$ (a, b, d_a) .

Exercício 134) $\Delta \langle a, b, d_c \rangle$ (a, b, d_c) .

Exercício 135) $\langle a, b, e_a \rangle$ (a, b, e_a) .

Exercício 136) $\Delta \langle a, b, e_c \rangle$ (a, b, e_c) .

Exercício 137) $\Delta \langle a, b, R \rangle$ (a, b, R) .

Exercício 138) $\langle a, b, r \rangle$ (a, b, r) .

Exercício 139) $\langle a, b, r_a \rangle$ (a, b, r_a) .

Exercício 140) $\langle a, b, r_c \rangle$ (a, b, r_c) .

Exercício 141) $\Delta \langle a, h_a, h_b \rangle$ (a, h_a, h_b) .

Exercício 142) $\Delta \langle a, h_b, h_c \rangle$ (a, h_b, h_c) .

Exercício 143) $\Delta \langle a, h_a, m_a \rangle$ (a, h_a, m_a) .

Exercício 144) $\Delta \langle a, h_a, m_b \rangle$ (a, h_a, m_b) .

Exercício 145) $\Delta \langle a, h_b, m_a \rangle$ (a, h_b, m_a) .

Exercício 146) $\Delta \langle a, h_b, m_b \rangle$ (a, h_b, m_b) .

Exercício 147) $\Delta \langle a, h_b, m_c \rangle$ (a, h_b, m_c) .

Exercício 148) $\Delta \langle a, h_a, d_a \rangle$ (a, h_a, d_a) .

Exercício 149) $\langle a, h_a, d_b \rangle$ (a, h_a, d_b) .

Exercício 150) $\langle a, h_b, d_a \rangle$ (a, h_b, d_a) .

Exercício 151) $\Delta \langle a, h_b, d_b \rangle$ (a, h_b, d_b) .

Exercício 152) $\Delta \langle a, h_b, d_c \rangle$ (a, h_b, d_c) .

Exercício 153) $\Delta \langle a, h_a, e_a \rangle$ (a, h_a, e_a) .

Exercício 154) $\langle a, h_a, e_b \rangle$ (a, h_a, e_b) .

Exercício 155) $\langle a, h_b, e_a \rangle$ (a, h_b, e_a) .

Exercício 156) $\Delta \langle a, h_b, e_b \rangle$ (a, h_b, e_b) .

Exercício 157) $\Delta \langle a, h_b, e_c \rangle$ (a, h_b, e_c) .

Exercício 158) $\Delta \langle a, h_a, R \rangle$ (a, h_a, R) .

Exercício 159) $\Delta \langle a, h_b, R \rangle$ (a, h_b, R) .

Exercício 160) $\Delta \langle a, h_a, r \rangle$ (a, h_a, r) .

- Exercício 161) $\Delta \langle a, h_b, r \rangle$ (a,h_b,r).
- Exercício 162) $\Delta \langle a, h_a, r_a \rangle$ (a,h_a,r_a).
- Exercício 163) $\Delta \langle a, h_a, r_b \rangle$ (a,h_a,r_b).
- Exercício 164) $\Delta \langle a, h_b, r_a \rangle$ (a,h_b,r_a).
- Exercício 165) $\Delta \langle a, h_b, r_b \rangle$ (a,h_b,r_b).
- Exercício 166) $\Delta \langle a, h_b, r_c \rangle$ (a,h_b,r_c).
- Exercício 167) $\Delta \langle a, m_a, m_b \rangle$ (a,m_a,m_b).
- Exercício 168) $\Delta \langle a, m_b, m_c \rangle$ (a,m_b,m_c).
- Exercício 169) $\Delta \langle a, m_a, d_a \rangle$ (a,m_a,d_a).
- Exercício 170) $\langle a, m_a, d_b \rangle$ (a,m_a,d_b).
- Exercício 171) $\langle a, m_b, d_a \rangle$ (a,m_b,d_a).
- Exercício 172) $\langle a, m_b, d_b \rangle$ (a,m_b,d_b).
- Exercício 173) $\langle a, m_b, d_c \rangle$ (a,m_b,d_c).
- Exercício 174) $\Delta \langle a, m_a, e_a \rangle$ (a,m_a,e_a).
- Exercício 175) $\langle a, m_a, e_b \rangle$ (a,m_a,e_b).
- Exercício 176) $\langle a, m_b, e_a \rangle$ (a,m_b,e_a).
- Exercício 177) $\langle a, m_b, e_b \rangle$ (a,m_b,e_b).
- Exercício 178) $\langle a, m_b, e_c \rangle$ (a,m_b,e_c).
- Exercício 179) $\Delta \langle a, m_a, R \rangle$ (a,m_a,R).
- Exercício 180) $\Delta \langle a, m_b, R \rangle$ (a,m_b,R).
- Exercício 181) $\langle a, m_a, r \rangle$ (a,m_a,r).
- Exercício 182) $\langle a, m_b, r \rangle$ (a,m_b,r).
- Exercício 183) $\langle a, m_a, r_a \rangle$ (a,m_a,r_a).
- Exercício 184) $\langle a, m_a, r_b \rangle$ (a,m_a,r_b).
- Exercício 185) $\langle a, m_b, r_a \rangle$ (a,m_b,r_a).
- Exercício 186) $\langle a, m_b, r_b \rangle$ (a,m_b,r_b).
- Exercício 187) $\langle a, m_b, r_c \rangle$ (a,m_b,r_c).
- Exercício 188) $\langle a, d_a, d_b \rangle$ (a,d_a,d_b).
- Exercício 189) $\langle a, d_b, d_c \rangle$ (a,d_b,d_c).

- Exercício 190) $\Delta \langle a, d_a, e_a \rangle$ (a,d_a,e_a).
 Exercício 191) $\langle a, d_a, e_b \rangle$ (a,d_a,e_b).
 Exercício 192) $\langle a, d_b, e_a \rangle$ (a,d_b,e_a).
 Exercício 193) $\Delta \langle a, d_b, e_b \rangle$ (a,d_b,e_b).
 Exercício 194) $\langle a, d_b, e_c \rangle$ (a,d_b,e_c).
 Exercício 195) $\Delta \langle a, d_a, R \rangle$ (a,d_a,R).
 Exercício 196) $\langle a, d_b, R \rangle$ (a,d_b,R).
 Exercício 197) $\langle a, d_a, r \rangle$ (a,d_a,r).
 Exercício 198) $\langle a, d_b, r \rangle$ (a,d_b,r).
 Exercício 199) $\langle a, d_a, r_a \rangle$ (a,d_a,r_a).
 Exercício 200) $\langle a, d_a, r_b \rangle$ (a,d_a,r_b).
 Exercício 201) $\langle a, d_b, r_a \rangle$ (a,d_b,r_a).
 Exercício 202) $\langle a, d_b, r_b \rangle$ (a,d_b,r_b).
 Exercício 203) $\langle a, d_b, r_c \rangle$ (a,d_b,r_c).
 Exercício 204) $\langle a, e_a, e_b \rangle$ (a,e_a,e_b).
 Exercício 205) $\langle a, e_b, e_c \rangle$ (a,e_b,e_c).
 Exercício 206) $\Delta \langle a, e_a, R \rangle$ (a,e_a,R).
 Exercício 207) $\langle a, e_b, R \rangle$ (a,e_b,R).
 Exercício 208) $\langle a, e_a, r \rangle$ (a,e_a,r).
 Exercício 209) $\langle a, e_b, r \rangle$ (a,e_b,r).
 Exercício 210) $\langle a, e_a, r_a \rangle$ (a,e_a,r_a).
 Exercício 211) $\langle a, e_a, r_b \rangle$ (a,e_a,r_b).
 Exercício 212) $\langle a, e_b, r_a \rangle$ (a,e_b,r_a).
 Exercício 213) $\langle a, e_b, r_b \rangle$ (a,e_b,r_b).
 Exercício 214) $\langle a, e_b, r_c \rangle$ (a,e_b,r_c).
 Exercício 215) $\Delta \langle a, R, r \rangle$ (a,R,r).
 Exercício 216) $\Delta \langle a, R, r_a \rangle$ (a,R,r_a).
 Exercício 217) $\Delta \langle a, R, r_b \rangle$ (a,R,r_b).
 Exercício 218) $\Delta \langle a, r, r_a \rangle$ (a,r,r_a).

- Exercício 219) $\Delta \langle a, r, r_b \rangle$ (a, r, r_b) .
- Exercício 220) $\Delta \langle a, r_a, r_b \rangle$ (a, r_a, r_b) .
- Exercício 221) $\Delta \langle a, r_b, r_c \rangle$ (a, r_b, r_c) .
- Exercício 222) $\Delta \langle h_a, h_b, h_c \rangle$ (h_a, h_b, h_c) .
- Exercício 223) $\Delta \langle h_a, h_b, m_a \rangle$ (h_a, h_b, m_a) .
- Exercício 224) $\Delta \langle h_a, h_b, m_c \rangle$ (h_a, h_b, m_c) .
- Exercício 225) $\langle h_a, h_b, d_a \rangle$ (h_a, h_b, d_a) .
- Exercício 226) $\Delta \langle h_a, h_b, d_c \rangle$ (h_a, h_b, d_c) .
- Exercício 227) $\langle h_a, h_b, e_a \rangle$ (h_a, h_b, e_a) .
- Exercício 228) $\Delta \langle h_a, h_b, e_c \rangle$ (h_a, h_b, e_c) .
- Exercício 229) $\langle h_a, h_b, R \rangle$ (h_a, h_b, R) .
- Exercício 230) $\Delta \langle h_a, h_b, r \rangle$ (h_a, h_b, r) .
- Exercício 231) $\Delta \langle h_a, h_b, r_a \rangle$ (h_a, h_b, r_a) .
- Exercício 232) $\Delta \langle h_a, h_b, r_c \rangle$ (h_a, h_b, r_c) .
- Exercício 233) $\Delta \langle h_a, m_a, m_b \rangle$ (h_a, m_a, m_b) .
- Exercício 234) $\Delta \langle h_a, m_b, m_c \rangle$ (h_a, m_b, m_c) .
- Exercício 235) $\Delta \langle h_a, m_a, d_a \rangle$ (h_a, m_a, d_a) .
- Exercício 236) $\langle h_a, m_a, d_b \rangle$ (h_a, m_a, d_b) .
- Exercício 237) $\Delta \langle h_a, m_b, d_a \rangle$ (h_a, m_b, d_a) .
- Exercício 238) $\langle h_a, m_b, d_b \rangle$ (h_a, m_b, d_b) .
- Exercício 239) $\langle h_a, m_b, d_c \rangle$ (h_a, m_b, d_c) .
- Exercício 240) $\Delta \langle h_a, m_a, e_a \rangle$ (h_a, m_a, e_a) .
- Exercício 241) $\langle h_a, m_a, e_b \rangle$ (h_a, m_a, e_b) .
- Exercício 242) $\Delta \langle h_a, m_b, e_a \rangle$ (h_a, m_b, e_a) .
- Exercício 243) $\langle h_a, m_b, e_b \rangle$ (h_a, m_b, e_b) .
- Exercício 244) $\langle h_a, m_b, e_c \rangle$ (h_a, m_b, e_c) .
- Exercício 245) $\Delta \langle h_a, m_a, R \rangle$ (h_a, m_a, R) .
- Exercício 246) $\langle h_a, m_b, R \rangle$ (h_a, m_b, R) .
- Exercício 247) $\Delta \langle h_a, m_a, r \rangle$ (h_a, m_a, r) .

- Exercício 248) $\Delta \langle h_a, m_b, r \rangle$ (h_a,m_b,r).
- Exercício 249) $\Delta \langle h_a, m_a, r_a \rangle$ (h_a,m_a,r_a).
- Exercício 250) $\Delta \langle h_a, m_a, r_b \rangle$ (h_a,m_a,r_b).
- Exercício 251) $\Delta \langle h_a, m_b, r_a \rangle$ (h_a,m_b,r_a).
- Exercício 252) $\Delta \langle h_a, m_b, r_b \rangle$ (h_a,m_b,r_b).
- Exercício 253) $\Delta \langle h_a, m_b, r_c \rangle$ (h_a,m_b,r_c).
- Exercício 254) $\langle h_a, d_a, d_b \rangle$ (h_a,d_a,d_b).
- Exercício 255) $\langle h_a, d_b, d_c \rangle$ (h_a,d_b,d_c).
- Exercício 256) $\blacktriangle \langle h_a, d_a, e_a \rangle$ (h_a,d_a,e_a).
- Exercício 257) $\langle h_a, d_a, e_b \rangle$ (h_a,d_a,e_b).
- Exercício 258) $\langle h_a, d_b, e_a \rangle$ (h_a,d_b,e_a).
- Exercício 259) $\langle h_a, d_b, e_b \rangle$ (h_a,d_b,e_b).
- Exercício 260) $\langle h_a, d_b, e_c \rangle$ (h_a,d_b,e_c).
- Exercício 261) $\Delta \langle h_a, d_a, R \rangle$ (h_a,d_a,R).
- Exercício 262) $\langle h_a, d_b, R \rangle$ (h_a,d_b,R).
- Exercício 263) $\Delta \langle h_a, d_a, r \rangle$ (h_a,d_a,r).
- Exercício 264) $\langle h_a, d_b, r \rangle$ (h_a,d_b,r).
- Exercício 265) $\Delta \langle h_a, d_a, r_a \rangle$ (h_a,d_a,r_a).
- Exercício 266) $\Delta \langle h_a, d_a, r_b \rangle$ (h_a,d_a,r_b).
- Exercício 267) $\langle h_a, d_b, r_a \rangle$ (h_a,d_b,r_a).
- Exercício 268) $\langle h_a, d_b, r_b \rangle$ (h_a,d_b,r_b).
- Exercício 269) $\langle h_a, d_b, r_c \rangle$ (h_a,d_b,r_c).
- Exercício 270) $\langle h_a, e_a, e_b \rangle$ (h_a,e_a,e_b).
- Exercício 271) $\langle h_a, e_b, e_c \rangle$ (h_a,e_b,e_c).
- Exercício 272) $\Delta \langle h_a, e_a, R \rangle$ (h_a,e_a,R).
- Exercício 273) $\langle h_a, e_b, R \rangle$ (h_a,e_b,R).
- Exercício 274) $\Delta \langle h_a, e_a, r \rangle$ (h_a,e_a,r).
- Exercício 275) $\langle h_a, e_b, r \rangle$ (h_a,e_b,r).
- Exercício 276) $\Delta \langle h_a, e_a, r_a \rangle$ (h_a,e_a,r_a).

Exercício 277) $\Delta \langle h_a, e_a, r_b \rangle$ (h_a,e_a,r_b).

Exercício 278) $\langle h_a, e_b, r_a \rangle$ (h_a,e_b,r_a).

Exercício 279) $\langle h_a, e_b, r_b \rangle$ (h_a,e_b,r_b).

Exercício 280) $\langle h_a, e_b, r_c \rangle$ (h_a,e_b,r_c).

Exercício 281) $\Delta \langle h_a, R, r \rangle$ (h_a,R,r).

Exercício 282) $\Delta \langle h_a, R, r_a \rangle$ (h_a,R,r_a).

Exercício 283) $\Delta \langle h_a, R, r_b \rangle$ (h_a,R,r_b).

Exercício 284) $\blacktriangle \langle h_a, r, r_a \rangle$ (h_a,r,r_a).

Exercício 285) $\Delta \langle h_a, r, r_b \rangle$ (h_a,r,r_b).

Exercício 286) $\Delta \langle h_a, r_a, r_b \rangle$ (h_a,r_a,r_b).

Exercício 287) $\blacktriangle \langle h_a, r_b, r_c \rangle$ (h_a,r_b,r_c).

Exercício 288) $\Delta \langle m_a, m_b, m_c \rangle$ (m_a,m_b,m_c).

Exercício 289) $\langle m_a, m_b, d_a \rangle$ (m_a,m_b,d_a).

Exercício 290) $\langle m_a, m_b, d_c \rangle$ (m_a,m_b,d_c).

Exercício 291) $\langle m_a, m_b, e_a \rangle$ (m_a,m_b,e_a).

Exercício 292) $\langle m_a, m_b, e_c \rangle$ (m_a,m_b,e_c).

Exercício 293) $\langle m_a, m_b, R \rangle$ (m_a,m_b,R).

Exercício 294) $\langle m_a, m_b, r \rangle$ (m_a,m_b,r).

Exercício 295) $\langle m_a, m_b, r_a \rangle$ (m_a,m_b,r_a).

Exercício 296) $\langle m_a, m_b, r_c \rangle$ (m_a,m_b,r_c).

Exercício 297) $\langle m_a, d_a, d_b \rangle$ (m_a,d_a,d_b).

Exercício 298) $\langle m_a, d_b, d_c \rangle$ (m_a,d_b,d_c).

Exercício 299) $\Delta \langle m_a, d_a, e_a \rangle$ (m_a,d_a,e_a).

Exercício 300) $\langle m_a, d_a, e_b \rangle$ (m_a,d_a,e_b).

Exercício 301) $\langle m_a, d_b, e_a \rangle$ (m_a,d_b,e_a).

Exercício 302) $\Delta \langle m_a, d_b, e_b \rangle$ (m_a,d_b,e_b).

Exercício 303) $\langle m_a, d_b, e_c \rangle$ (m_a,d_b,e_c).

Exercício 304) $\Delta \langle m_a, d_a, R \rangle$ (m_a,d_a,R).

Exercício 305) $\langle m_a, d_b, R \rangle$ (m_a,d_b,R).

- Exercício 306) $\langle m_a, d_a, r \rangle$ (m_a, d_a, r) .
- Exercício 307) $\langle m_a, d_b, r \rangle$ (m_a, d_b, r) .
- Exercício 308) $\langle m_a, d_a, r_a \rangle$ (m_a, d_a, r_a) .
- Exercício 309) $\langle m_a, d_a, r_b \rangle$ (m_a, d_a, r_b) .
- Exercício 310) $\langle m_a, d_b, r_a \rangle$ (m_a, d_b, r_a) .
- Exercício 311) $\langle m_a, d_b, r_b \rangle$ (m_a, d_b, r_b) .
- Exercício 312) $\langle m_a, d_b, r_c \rangle$ (m_a, d_b, r_c) .
- Exercício 313) $\langle m_a, e_a, e_b \rangle$ (m_a, e_a, e_b) .
- Exercício 314) $\langle m_a, e_b, e_c \rangle$ (m_a, e_b, e_c) .
- Exercício 315) $\Delta \langle m_a, e_a, R \rangle$ (m_a, e_a, R) .
- Exercício 316) $\langle m_a, e_b, R \rangle$ (m_a, e_b, R) .
- Exercício 317) $\langle m_a, e_a, r \rangle$ (m_a, e_a, r) .
- Exercício 318) $\langle m_a, e_b, r \rangle$ (m_a, e_b, r) .
- Exercício 319) $\langle m_a, e_a, r_a \rangle$ (m_a, e_a, r_a) .
- Exercício 320) $\langle m_a, e_a, r_b \rangle$ (m_a, e_a, r_b) .
- Exercício 321) $\langle m_a, e_b, r_a \rangle$ (m_a, e_b, r_a) .
- Exercício 322) $\langle m_a, e_b, r_b \rangle$ (m_a, e_b, r_b) .
- Exercício 323) $\langle m_a, e_b, r_c \rangle$ (m_a, e_b, r_c) .
- Exercício 324) $\langle m_a, R, r \rangle$ (m_a, R, r) .
- Exercício 325) $\langle m_a, R, r_a \rangle$ (m_a, R, r_a) .
- Exercício 326) $\langle m_a, R, r_b \rangle$ (m_a, R, r_b) .
- Exercício 327) $\Delta \langle m_a, r, r_a \rangle$ (m_a, r, r_a) .
- Exercício 328) $\Delta \langle m_a, r, r_b \rangle$ (m_a, r, r_b) .
- Exercício 329) $\Delta \langle m_a, r_a, r_b \rangle$ (m_a, r_a, r_b) .
- Exercício 330) $\Delta \langle m_a, r_b, r_c \rangle$ (m_a, r_b, r_c) .
- Exercício 331) $\langle d_a, d_b, d_c \rangle$ (d_a, d_b, d_c) .
- Exercício 332) $\langle d_a, d_b, e_a \rangle$ (d_a, d_b, e_a) .
- Exercício 333) $\langle d_a, d_b, e_c \rangle$ (d_a, d_b, e_c) .
- Exercício 334) $\langle d_a, d_b, R \rangle$ (d_a, d_b, R) .

- Exercício 335) $\langle d_a, d_b, r \rangle$ (d_a, d_b, r) .
- Exercício 336) $\langle d_a, d_b, r_a \rangle$ (d_a, d_b, r_a) .
- Exercício 337) $\langle d_a, d_b, r_c \rangle$ (d_a, d_b, r_c) .
- Exercício 338) $\langle d_a, e_a, e_b \rangle$ (d_a, e_a, e_b) .
- Exercício 339) $\langle d_a, e_b, e_c \rangle$ (d_a, e_b, e_c) .
- Exercício 340) $\Delta \langle d_a, e_a, R \rangle$ (d_a, e_a, R) .
- Exercício 341) $\langle d_a, e_b, R \rangle$ (d_a, e_b, R) .
- Exercício 342) $\Delta \langle d_a, e_a, r \rangle$ (d_a, e_a, r) .
- Exercício 343) $\langle d_a, e_b, r \rangle$ (d_a, e_b, r) .
- Exercício 344) $\Delta \langle d_a, e_a, r_a \rangle$ (d_a, e_a, r_a) .
- Exercício 345) $\Delta \langle d_a, e_a, r_b \rangle$ (d_a, e_a, r_b) .
- Exercício 346) $\langle d_a, e_b, r_a \rangle$ (d_a, e_b, r_a) .
- Exercício 347) $\langle d_a, e_b, r_b \rangle$ (d_a, e_b, r_b) .
- Exercício 348) $\langle d_a, e_b, r_c \rangle$ (d_a, e_b, r_c) .
- Exercício 349) $\langle d_a, R, r \rangle$ (d_a, R, r) .
- Exercício 350) $\langle d_a, R, r_a \rangle$ (d_a, R, r_a) .
- Exercício 351) $\langle d_a, R, r_b \rangle$ (d_a, R, r_b) .
- Exercício 352) $\Delta \langle d_a, r, r_a \rangle$ (d_a, r, r_a) .
- Exercício 353) $\langle d_a, r, r_b \rangle$ (d_a, r, r_b) .
- Exercício 354) $\langle d_a, r_a, r_b \rangle$ (d_a, r_a, r_b) .
- Exercício 355) $\Delta \langle d_a, r_b, r_c \rangle$ (d_a, r_b, r_c) .
- Exercício 356) $\langle e_a, e_b, e_c \rangle$ (e_a, e_b, e_c) .
- Exercício 357) $\langle e_a, e_b, R \rangle$ (e_a, e_b, R) .
- Exercício 358) $\langle e_a, e_b, r \rangle$ (e_a, e_b, r) .
- Exercício 359) $\langle e_a, e_b, r_a \rangle$ (e_a, e_b, r_a) .
- Exercício 360) $\langle e_a, e_b, r_c \rangle$ (e_a, e_b, r_c) .
- Exercício 361) $\langle e_a, R, r \rangle$ (e_a, R, r) .
- Exercício 362) $\langle e_a, R, r_a \rangle$ (e_a, R, r_a) .
- Exercício 363) $\langle e_a, R, r_b \rangle$ (e_a, R, r_b) .

Exercício 364) $\Delta \langle e_a, r, r_a \rangle$ (e_a,r,r_a).

Exercício 365) $\langle e_a, r, r_b \rangle$ (e_a,r,r_b).

Exercício 366) $\langle e_a, r_a, r_b \rangle$ (e_a,r_a,r_b).

Exercício 367) $\Delta \langle e_a, r_b, r_c \rangle$ (e_a,r_b,r_c).

Exercício 368) $\Delta \langle R, r, r_a \rangle$ (R,r,r_a).

Exercício 369) $\Delta \langle R, r_a, r_b \rangle$ (R,r_a,r_b).

Exercício 370) $\Delta \langle r, r_a, r_b \rangle$ (r,r_a,r_b).

Exercício 371) $\Delta \langle r_a, r_b, r_c \rangle$ (r_a,r_b,r_c).

© Luís Lopes ©
Rascunho - Draft - Rascunho - Brouillon
< www.escolademestres.com/gedtexte >
Do not print - Não imprima - Ne pas imprimer
Work in progress - Trabalho em desenvolvimento - En développement
< www.escolademestres.com/gedtexte >
© Luís Lopes ©

CAPÍTULO 4

CONSTRUÇÕES E SOLUÇÕES ALGÉBRICAS

Exercício 351) $\langle d_a, R, r_b \rangle$

Método algébrico

Começamos escrevendo o seguinte sistema de equações não lineares:

$$bc - \frac{a^2bc}{(b+c)^2} = d_a^2 \quad (4.1)$$

$$\frac{(abc)^2}{(2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2} = R^2 \quad (4.2)$$

$$\frac{[b^2 - (a-c)^2](a+b+c)^2}{(a+c)^2 - b^2} = 4r_b^2 \quad (4.3)$$

Como $\langle d_a, R, r_b \rangle$ são conhecidos, podemos resolver o sistema (4.1)–(4.3) com um programa qualquer, obtendo assim os lados a , b e c .

Exercício 352) $\langle d_a, r, r_a \rangle$

Método do problema já resolvido

Como $\langle r, r_a, h_a \rangle$ formam um datum, conhecemos $\langle h_a, d_a, r \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 263).

Discussão: o problema possui 0 ou 1 solução.

Exercício 353) $\langle d_a, r, r_b \rangle$

Método do problema já resolvido

Como $\langle r, r_b, h_b \rangle$ formam um datum, conhecemos $\langle h_b, d_a, r \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 264).

Exercício 354) $\langle d_a, r_a, r_b \rangle$

Método do problema já resolvido

Como $\langle r_a, r_b, h_c \rangle$ formam um datum, conhecemos $\langle h_c, d_a, r_a \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 268).

Exercício 355) $\langle d_a, r_b, r_c \rangle$

Método do problema já resolvido

Como $\langle r_b, r_c, h_a \rangle$ formam um datum, conhecemos $\langle h_a, d_a, r_b \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 266).

Discussão: o problema possui 0 ou 1 solução.

Exercício 356) $\langle e_a, e_b, e_c \rangle$

Método algébrico

Começamos escrevendo o seguinte sistema de equações não lineares:

$$bc - \frac{a^2bc}{(b+c)^2} = e_a^2 \quad (4.4)$$

$$ac - \frac{ab^2c}{(a+c)^2} = e_b^2 \quad (4.5)$$

$$ab - \frac{abc^2}{(a+b)^2} = e_c^2 \quad (4.6)$$

Como $\langle e_a, e_b, e_c \rangle$ são conhecidos, podemos resolver o sistema (4.4)–(4.6) com um programa qualquer, obtendo assim os lados a , b e c .

Observação: viu-se no teorema 2.6 em [1] que

$$|b - c| = \sqrt{e_a^2 + p^2} - \sqrt{e_a^2 + (p - a)^2} \quad (4.7)$$

Para a demonstração de (4.7), ver [1].

Exercício 357) $\langle e_a, e_b, R \rangle$

Método algébrico

Começamos escrevendo o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\frac{bc(a+c-b)(a+b-c)}{(b-c)^2} = e_a^2 \quad (4.8)$$

$$\frac{ac(b+c-a)(a+b-c)}{(a-c)^2} = e_b^2 \quad (4.9)$$

$$\frac{(abc)^2}{(2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2} = R^2 \quad (4.10)$$

Como $\langle e_a, e_b, R \rangle$ são conhecidos, podemos resolver o sistema (4.8)–(4.10) com um programa qualquer, obtendo assim os lados a , b e c .

Exercício 358) $\langle e_a, e_b, r \rangle$

Método algébrico

Começamos escrevendo o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\frac{bc(a+c-b)(a+b-c)}{(b-c)^2} = e_a^2 \quad (4.11)$$

$$\frac{ac(b+c-a)(a+b-c)}{(a-c)^2} = e_b^2 \quad (4.12)$$

$$\frac{[a^2 - (b-c)^2](b+c-a)^2}{(b+c)^2 - a^2} = 4r^2 \quad (4.13)$$

Como $\langle e_a, e_b, r \rangle$ são conhecidos, podemos resolver o sistema (4.11)–(4.13) com um programa qualquer, obtendo assim os lados a , b e c .

Exercício 359) $\langle e_a, e_b, r_a \rangle$

Método algébrico

Começamos escrevendo o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\frac{bc(a+c-b)(a+b-c)}{(b-c)^2} = e_a^2 \quad (4.14)$$

$$\frac{ac(b+c-a)(a+b-c)}{(a-c)^2} = e_b^2 \quad (4.15)$$

$$\frac{[a^2 - (b-c)^2](a+b+c)^2}{(b+c)^2 - a^2} = 4r_a^2 \quad (4.16)$$

Como $\langle e_a, e_b, r_a \rangle$ são conhecidos, podemos resolver o sistema (4.14)–(4.16) com um programa qualquer, obtendo assim os lados a , b e c .

18 **CAPÍTULO 4. CONSTRUÇÕES E SOLUÇÕES ALGÉBRICAS**

Exercício 360) $\langle e_a, e_b, r_c \rangle$

Método algébrico

Começamos escrevendo o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\frac{bc(a+c-b)(a+b-c)}{(b-c)^2} = e_a^2 \quad (4.17)$$

$$\frac{ac(b+c-a)(a+b-c)}{(a-c)^2} = e_b^2 \quad (4.18)$$

$$\frac{[c^2 - (a-b)^2](a+b+c)^2}{(a+b)^2 - c^2} = 4r_c^2 \quad (4.19)$$

Como $\langle e_a, e_b, r_c \rangle$ são conhecidos, podemos resolver o sistema (4.17)–(4.19) com um programa qualquer, obtendo assim os lados a , b e c .

Exercício 361) $\langle e_a, R, r \rangle$

Método algébrico

Começamos escrevendo o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\frac{bc(a+c-b)(a+b-c)}{(b-c)^2} = e_a^2 \quad (4.20)$$

$$\frac{(abc)^2}{(2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2} = R^2 \quad (4.21)$$

$$\frac{[a^2 - (b-c)^2](b+c-a)^2}{(b+c)^2 - a^2} = 4r^2 \quad (4.22)$$

Como $\langle e_a, R, r \rangle$ são conhecidos, podemos resolver o sistema (4.20)–(4.22) com um programa qualquer, obtendo assim os lados a , b e c .

Exercício 362) $\langle e_a, R, r_a \rangle$

Método algébrico

Começamos escrevendo o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\frac{bc(a+c-b)(a+b-c)}{(b-c)^2} = e_a^2 \quad (4.23)$$

$$\frac{(abc)^2}{(2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2} = R^2 \quad (4.24)$$

$$\frac{[a^2 - (b-c)^2](a+b+c)^2}{(b+c)^2 - a^2} = 4r_a^2 \quad (4.25)$$

Como $\langle e_a, R, r_a \rangle$ são conhecidos, podemos resolver o sistema (4.23)–(4.25) com um programa qualquer, obtendo assim os lados a , b e c .

Exercício 363) $\langle e_a, R, r_b \rangle$

Método algébrico

Começamos escrevendo o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\frac{bc(a+c-b)(a+b-c)}{(b-c)^2} = e_a^2 \quad (4.26)$$

$$\frac{(abc)^2}{(2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2} = R^2 \quad (4.27)$$

$$\frac{[b^2 - (a-c)^2](a+b+c)^2}{(a+c)^2 - b^2} = 4r_b^2 \quad (4.28)$$

Como $\langle e_a, R, r_b \rangle$ são conhecidos, podemos resolver o sistema (4.26)–(4.28) com um programa qualquer, obtendo assim os lados a , b e c .

Exercício 364) $\langle e_a, r, r_a \rangle$

Método do problema já resolvido

Como $\langle r, r_a, h_a \rangle$ formam um datum, conhecemos $\langle h_a, e_a, r \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 274).

Discussão: o problema possui 0 ou 1 solução.

Exercício 365) $\langle e_a, r, r_b \rangle$

Método do problema já resolvido

Como $\langle r, r_b, h_b \rangle$ formam um datum, conhecemos $\langle h_b, e_a, r \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 275).

Exercício 366) $\langle e_a, r_a, r_b \rangle$

Método do problema já resolvido

Como $\langle r_a, r_b, h_c \rangle$ formam um datum, conhecemos $\langle h_c, e_a, r_a \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 279).

20 *CAPÍTULO 4. CONSTRUÇÕES E SOLUÇÕES ALGÉBRICAS*

Exercício 367) $\langle e_a, r_b, r_c \rangle$

Método do problema já resolvido

Como $\langle r_b, r_c, h_a \rangle$ formam um datum, conhecemos $\langle h_a, e_a, r_b \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 277).

Discussão: o problema possui 0 ou 1 solução.

Exercício 368) $\langle R, r, r_a \rangle$

Método do problema já resolvido

Como $\langle R, r_a - r, a \rangle$ formam um datum, conhecemos $\langle a, R, r \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 215).

Discussão: o problema possui 0 ou 1 solução.

Exercício 369) $\langle R, r_a, r_b \rangle$

Método do problema já resolvido

Como $\langle R, r_a + r_b, c \rangle$ formam um datum, conhecemos $\langle c, R, r_a \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 217).

Discussão: o problema possui 0 ou 1 solução.

Exercício 370) $\langle r, r_a, r_b \rangle$

Método do problema já resolvido

Como $\langle r, r_a, h_a \rangle$, $\langle r, r_b, h_b \rangle$ e $\langle r_a, r_b, h_c \rangle$ formam um datum, obtemos h_a , h_b e h_c . Conhecemos assim $\langle h_a, h_b, h_c \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 222).

Discussão: o problema possui 0 ou 1 solução.

Exercício 371) $\langle r_a, r_b, r_c \rangle$

Primeiro procedimento – Método do problema já resolvido

Sabemos que $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$. Conhecemos então $\langle r, r_a, r_b \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 370).

Observação: ver também o exercício 230.

Segundo procedimento – Método das figuras semelhantes

Vimos no teorema 2.8 em [1] que $S = (p - b)r_b$. Assim, vem:

$$\begin{aligned} (p - c)r_c &= (p - b)r_b = (p - a)r_a \\ \frac{a + b - c}{\frac{2}{r_c}} &= \frac{a + c - b}{\frac{2}{r_b}} = \frac{b + c - a}{\frac{2}{r_a}} \\ \frac{a}{\frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}} &= \frac{b}{\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_c}} = \frac{c}{\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b}} \end{aligned}$$

Se ℓ um comprimento *qualquer*, podemos escrever

$$\begin{aligned} \frac{a}{\frac{\ell^2}{r_b} + \frac{\ell^2}{r_c}} &= \frac{b}{\frac{\ell^2}{r_a} + \frac{\ell^2}{r_c}} = \frac{c}{\frac{\ell^2}{r_a} + \frac{\ell^2}{r_b}} \\ \frac{a}{a'} &= \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \end{aligned}$$

onde $\frac{\ell^2}{r_b} + \frac{\ell^2}{r_c} = a'$, $\frac{\ell^2}{r_a} + \frac{\ell^2}{r_c} = b'$ e $\frac{\ell^2}{r_a} + \frac{\ell^2}{r_b} = c'$.

Portanto, o $\triangle ABC$ pedido é semelhante (ver o exercício 222) a um triângulo que podemos construir (ver o exercício 128). Conhecemos então $\langle \alpha, \beta, r_a \rangle$ e já sabemos como resolver este problema (ver o exercício 14).

Discussão: o problema possui 0 ou 1 solução.

Observação: vemos em <http://webpages.u11.es/users/amonetes/pdf/ejct2304.pdf> que

$$a = \frac{r_a(r_b + r_c)}{\sqrt{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}} \quad (4.29)$$

Damos aqui uma outra demonstração para (4.29), bem mais elementar do que aquela do site acima e que usa resultados apresentados no capítulo 2 de [1]. Vimos que $S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$ (fórmula de Heron). E no teorema 2.8, que $S = (p - a)r_a = (p - b)r_b = (p - c)r_c$. Assim, podemos escrever:

$$r_b r_c = \frac{S}{p-b} \frac{S}{p-c} = \frac{S^2}{(p-b)(p-c)} = p(p-a) \quad (4.30)$$

$$r_c r_a = \frac{S}{p-c} \frac{S}{p-a} = \frac{S^2}{(p-c)(p-a)} = p(p-b) \quad (4.31)$$

$$r_a r_b = \frac{S}{p-a} \frac{S}{p-b} = \frac{S^2}{(p-a)(p-b)} = p(p-c) \quad (4.32)$$

Usando as igualdades (4.30)–(4.32), vem:

$$\begin{aligned} r_a(r_b + r_c) &= p((p-b) + (p-c)) = pa \\ r_b r_c + r_c r_a + r_a r_b &= p((p-a) + (p-b) + (p-c)) = p^2 \\ a &= \frac{pa}{p} = \frac{r_a(r_b + r_c)}{\sqrt{r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a}} \quad \blacksquare \end{aligned}$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] L. Lopes. *Manual de Construção de Triângulos*, volume 1. A ser publicado, Rio de Janeiro, 2015.