

Copyright © 2000, by
Josimar Silva e Luís Lopes

Composição:

Eduardo Morais Guimarães

Obra inteiramente composta com L^AT_EX.

T_EX is a trademark of the American Mathematical Society.

Capa:

Ney Megale

**Catálogo na fonte
do
Departamento Nacional do Livro**

S586e

Silva, Josimar José da.

É divertido resolver problemas / Josimar Silva, Luís Lopes.

1. ed. - Rio de Janeiro : J. Silva, 2000.

96 p.

ISBN 85-901503-2-1

1. Matemática - Problemas, questões, exercícios.

2. Matemática recreativa. 3. Solução de problemas.

I. Lopes, Luís. II. Título.

CDD-510

Nesta obra, o gênero masculino é empregado a título epiceno.

Todos os direitos reservados. Não se pode reproduzir nenhuma parte deste manual, sob qualquer forma ou por qualquer meio — eletrônico ou mecânico, inclusive através de processos xerográficos, de fotocópia e de gravação — sem permissão, por escrito, dos autores.

Depósito legal na Biblioteca Nacional - terceiro trimestre 2000

Impresso no Brasil *Printed in Brazil*

Luís Lopes

Rua Voluntários da Pátria, 301 Sala 401

Botafogo Rio de Janeiro

RJ 22270-000

Fax: (0XX21) 537 5667

E-mail: qed_texte@hotmail.com

A Maria do Carmo da Silva,
numa tentativa de retribuir o carinho e a
compreensão dirigidos a mim. (Josimar Silva).

A Yedda de Lima Pesavento,
aqui representando todos os professores
e em particular os do ensino fundamental.

Boas recordações da
Escola Municipal Argentina (Luís Lopes).

Apresentação

A reforma educacional que está se verificando no ensino da matemática tem como objetivo melhorar o desempenho dos estudantes, particularmente aqueles que não têm uma vocação especial para o abstrato.

Estudos recentes mostram que aprende-se melhor quando é possível estabelecer uma ligação com o mundo real através de experiências transferidas pelos professores ou observações tiradas do cotidiano, diretamente pelos próprios estudantes.

Os métodos utilizados atualmente vêm sofrendo transformações tanto no aspecto educativo como no processo de aprendizagem com a contextualização do ensino-aprendizagem.

O presente livro encaixa-se aqui fornecendo subsídios na forma de exercícios que abrangem as principais áreas do conhecimento e do raciocínio, tanto para despertar a curiosidade dos alunos desafiando a sua perspicácia como fornecendo elementos para a motivação das aulas dadas pelos professores.

Não se trata de um livro didático mas de uma coleção de questões que certamente despertarão muitos estudantes para o interesse pela matemática.

Polya afirma: “o melhor entendimento das estratégias de resolução de problemas pode exercer uma influência positiva sobre o aprendizado da matemática.”

Vejo portanto que o presente trabalho enquadra-se na metodologia moderna contribuindo para o êxito dos estudantes na busca dos seus ideais.

Miguel Jorge

Prefácio

“Os padrões de um matemático, como os de um pintor ou de um poeta, devem ser belos; as idéias, como as cores e as palavras, devem se ajustar de maneira harmoniosa. . . Não há lugar permanente no mundo para matemáticas feias.”

HARDY

Há algum tempo, os livros didáticos não tinham a menor preocupação em mostrar aplicações dos conteúdos que traziam. Há cerca de meio século, a matemática era apresentada como um conjunto de regras a serem seguidas para se calcular, resolver algo, sem nenhum motivo aparente para a realização de tal tarefa, o que gerou uma confusão entre dois conceitos: o de aprender e o de conseguir fazer alguma coisa (qualquer coisa). Dentre várias tendências que surgiram na tentativa de melhorar o horrível desempenho da prática “Ensinar Matemática”, o “*Problem Solving*” (Resolução de Problemas) parece ser tão coerente que perdurou e ganha, a cada dia, mais força. Não é, de fato, a panacéia para toda a problemática da Educação Matemática, mas é elemento necessário a um ensino que goze da lucidez reclamada pela matemática. Não faz sentido se ver a matemática como mera manipulação de regras e fórmulas.

Este livro começou como uma simples apostila cujo conteúdo agradava até mesmo àqueles alunos que não tinham lá tanta simpatia pela disciplina, originando comentários positivos e, não raro, comparações com a matemática dos livros didáticos. Segundo eles, ela era feia, fria e parecia-lhes desvinculada da realidade em que viviam, mesmo quando o professor se esforçava em dar um caráter concreto ao que ensinava, como por exemplo, relacionar logaritmo com decaimento radiativo etc.

“Com este trabalho, temos a pretensão de estimular o gosto pela Matemática e mostrar que, além de ser o mais poderoso instrumento no desenvolvimento de pensamento lógico, ela também é agradável.”

Os problemas foram selecionados segundo alguns critérios:

- Ferramental matemático pouco sofisticado: o problema não deveria exigir, para a sua resolução, conhecimento além do fornecido até a 8ª série do Ensino Fundamental da maioria das escolas. Mesmo os problemas de lógica — que costumam ser abordados (somente com alguma sorte) no 1º ano do Ensino Médio — podem ser resolvidos com apenas uma boa dose de bom senso.
- Contexto simples e sedutor: o problema deveria ser o mínimo técnico possível, ou seja, deveria ter a capacidade de atrair o maior número de leitores possível, mesmo os menos acostumados com a linguagem matemática. Isto não significa que esperamos que uma pessoa que não tenha muito trato com a matemática consiga resolver facilmente todos os problemas aqui propostos, mas sim, que seja capaz de ao menos entender o que se pede e refletir, buscando uma solução, ainda que de forma puramente intuitiva; como aconteceu com secretários, advogados, bancários e professores de outras disciplinas que tiveram acesso ao rascunho deste livro (e nos incentivaram na sua publicação).

Este trabalho tem a intenção de levar a desconhecida matemática lúdica e desafiante a mais pessoas, de ajudá-las na preparação para concursos e de mostrar que o conteúdo matemático enfocado, enquanto ferramenta resolutiva de problemas, é mais poderoso do que sugerem os livros didáticos e as aulas de matemática tradicionais. É como se os alunos passassem todos os anos escolares enchendo uma caixa de ferramentas com equações e inequações do 1º grau, do 2º grau, irracionais, biquadradas, literais, logarítmicas, trigonométricas, binomiais, matriciais etc. e, no final, não soubessem o que fazer com tudo isto. É evidente que essas coisas têm o seu valor, mas não da forma “manipulação por manipulação”. Cabe também ressaltar que não é saudável se ver a matemática “apenas” como ferramenta, pois ela não merece, por sua inefável grandeza, tal empobrecimento.

O conteúdo aqui apresentado está de acordo com a atual tendência do ensino, haja vista os vestibulares, principalmente os da UFRJ, UERJ e UNICAMP, que se firmaram na postura de examinar a capacidade crítica e de raciocínio dos candidatos. Está também na mesma linha de vários outros concursos públicos, inclusive o de seleção de professores de matemática para a rede pública, sendo portanto também útil ao professorado. Ainda falta citar os apaixonados que poderão se deleitar com um livro que, além de desenvolver o raciocínio, distrai e provoca discussões e desafios.

Um livro com este grau de complexidade — na forma e conteúdo — não poderia ser publicado sem a preciosa colaboração de diversas pessoas. Gostaríamos de registrar a contribuição de:

- Demétrius Melo de Souza nos ajudou no enunciado e na resolução de diversos problemas.
- Eduardo de Barros Rodrigues Lopes colocou à nossa disposição espaço e recursos computacionais da BR Lopes Engenharia Ambiental, além daquele cafezinho e ótimo ambiente de trabalho.
- Eduardo Morais Guimarães foi o responsável pela editoração eletrônica. Sem seus conhecimentos de \LaTeX e macros associados estas páginas jamais seriam criadas; pelo menos com esta qualidade. Sua paciência (todos que usam \LaTeX entenderão), competência e capricho foram também muito apreciados, ainda mais considerando-se as dificuldades impostas pela distância e comunicação: seu trabalho foi realizado no Canadá, através de trocas de dezenas de mensagens eletrônicas (*emails*) com os autores, que estavam aqui no Brasil.
- Marcelo Simões participou de muitas discussões e sugeriu alguns problemas. Sempre nos incentivou muito e colocou sua abastada biblioteca de livros antigos e raros à disposição sem maiores restrições e condições.
- Ney Megale aceitou fazer a capa. Ilustrações e pinturas sempre nos impressionaram e causaram admiração e esta capa não foi exceção. Gostamos tanto que voltaremos com outros pedidos.

Finalmente, mas não menos importante, o professor Augusto César de Oliveira Morgado nos apresentou diversos problemas, talvez os mais interessantes, e sempre esteve disponível para discutir conosco suas soluções.

Tivemos muito cuidado quando redigimos ou transcrevemos os problemas mas erros ou enganos são possíveis e somos os únicos responsáveis por eles. Agradeceríamos aos leitores que nos apontassem imprecisões de qualquer natureza a fim de que pudéssemos corrigi-las numa próxima edição; salientamos entretanto que diversos problemas podem dar a *impressão* de falta de dados. Mas que o leitor não se iluda: não há erro na redação e nem faltam dados.

Reconhecemos que vários problemas são difíceis e que muitos leitores não saberão resolvê-los. Para estes leitores, estamos preparando um volume com as resoluções detalhadas de todos os problemas. Este volume poderá ser encontrado no site <http://escolademestres.com/qedtexte> a partir de maio de 2001. Assim o leitor terá algum tempo para tentar resolver os problemas por conta própria e resistir à tentação de olhar logo as resoluções. Que de todo modo só deverão ser consultadas após um esforço razoável tentando resolvê-los todos ou então como simples verificação. Aproveitamos para convidar os leitores a nos enviar suas soluções. Provavelmente não poderemos acusar recebimento de todas, mas aquelas que forem interessantes, simples e/ou mais elegantes do que as nossas constarão do volume, com o devido reconhecimento da procedência.

Josimar Silva
Luís Lopes

Rio de Janeiro, RJ
Novembro, 2000.

Conteúdo

Prefácio	vii
Problemas	1
Respostas	72
Bibliografia	81
Relação de Siglas	83

Problemas

“O que irei fazer no céu, depois de minha morte, se não me derem uma infinidade de problemas de Matemática para resolver?”

CAUCHY

Problema 1) Um gato persegue um rato que tem, inicialmente, uma vantagem de 35 de seus pulos. A cada dois pulos que o gato dá em direção ao rato, este dá 5 pulos; mas os pulos do gato são 3 vezes maiores que os do rato.

Quantos pulos o gato deveria dar para alcançar o rato?

Problema 2) Um crime é cometido por uma pessoa e há quatro suspeitos: André, Eduardo, Rafael e João. Interrogados, eles fazem as seguintes declarações:

André: Eduardo é o culpado.

Eduardo: João é o culpado.

Rafael: Eu não sou o culpado.

João: Eduardo mente quando diz que eu sou o culpado.

Sabendo que apenas um dos quatro disse a verdade, diga se é possível, somente com esses dados, determinar quem foi o culpado. Caso afirmativo, diga quem foi.

Problema 3) Apenas 5 casais participam de uma reunião. Após os cumprimentos, João pergunta a cada um dos outros 9 participantes: “Quantos apertos de mão você deu?”. E obtém todas as nove respostas possíveis: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

Sabendo que ninguém apertou a mão do próprio cônjuge, diga qual foi a resposta da esposa de João.

Respostas

*“Seja lá o que você venha a fazer,
se você souber Matemática,
fará bem melhor.”*

ARRABAL

Bibliografia

“Na maior parte das ciências, uma geração
põe abaixo o que outra construiu, e o
que uma estabeleceu, a outra desfaz.

Somente na Matemática é que cada
geração constrói um novo andar
sobre a antiga estrutura.”

HERMANN HANKEL

- [1] Agostinho, R.F.W. e Santos, A.L., *Problemas Seleccionados de Matemática*. Vol. 1 (Fundamentos de Álgebra e Análise), Rio de Janeiro, RJ, 1993.
- [2] Ávila, G.S.S., *Vestibular da Unicamp*. Editora Globo, São Paulo, SP, 1993.
- [3] Berloquin, P., *100 Jogos Numéricos*. Série: O Prazer da Matemática. Editora Gradiva, Lisboa, Portugal, 1973.
- [4] Bezerra, M.J., *Questões de Matemática*. Companhia Editora Nacional, São Paulo, SP.
- [5] Gardner, M., *Divertimentos Matemáticos*. IBRASA, São Paulo, SP, 1959.
- [6] Lidski, V. y otros, *Problemas de Matemáticas Elementales*. Editorial Mir, Moscu, URSS, 1972 (traduzido para o espanhol).
- [7] Lima, E.L.; Carvalho, P.C.P.; Wagner, E.; Morgado, A.C.O., *A Matemática do Ensino Médio*. Vol. 1, 2^a ed., Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, RJ, 1997.

- [8] Machado, A.S., *Temas e Metas*. Vol. 1, 2^a ed. Editora Atual, São Paulo, SP, 1988.
- [9] Malba Tahan, *Diabruras da Matemática*. 2^a ed. Editora Saraiva, São Paulo, SP, 1966.
- [10] Malba Tahan, *O homem que calculava*. 37^a ed. Editora Record, Rio de Janeiro, RJ, 1993.
- [11] Morgado, A.C.O.; Wagner, E.; Jorge, M., *Álgebra I*. Livraria Francisco Alves Editora S.A., Rio de Janeiro, RJ, 1974.
- [12] Pessoa, P., *Problemas de Álgebra*. J. Ozon Editor. Rio de Janeiro, RJ, 1964.
- [13] Pessoa, P., *Problemas de Aritmética*. J. Ozon Editor. Rio de Janeiro, RJ, 1964.
- [14] *Revista Superinteressante*. Seção: Superdivertido. Números diversos. Editora Abril, São Paulo, SP.
- [15] *Revista do Professor de Matemática*. Números diversos. Sociedade Brasileira de Matemática. <rpm@ime.usp.br>
- [16] *Revista EUREKA!*. Números diversos. Sociedade Brasileira de Matemática. <obm@impa.br>
- [17] Santos, A.L.; Wagner, E.; Agostinho, R.F.W., *Olimpíadas de Matemática do Estado do Rio de Janeiro*. Editora Atual, São Paulo, SP, 1996.
- [18] Sérates, J., *Raciocínio Lógico*. Vol. 1, 5^a ed. Gráfica e Editora Olímpica Ltda, Brasília, DF, 1997.
- [19] Simon S., *O Último Teorema de Fermat*. Editora Record, Rio de Janeiro, RJ, 1998.
- [20] Thiré, C., *Questões de Arithmetica, theoricas e praticas*. 4^a ed. Livraria, Papelaria e Litho-typografia Pimenta de Mello & C., Rio de Janeiro, RJ, 1929.

RELAÇÃO DE SIGLAS DE CONCURSOS

Nível Superior

- AFTN — Auditor Fiscal do Tesouro Nacional
- MERJ — Magistério do Estado do Rio de Janeiro
- MESP — Magistério do Estado de São Paulo
- MMRJ — Magistério do Município do Rio de Janeiro

Nível Médio

- EN — Escola Naval
- ENCE — Escola Nacional de Ciências Estatística
- ENEM — Exame Nacional do Ensino Médio
- FATEC — Faculdade de Tecnologia - SP
- FEI — Faculdade de Engenharia Industrial - SP
- FUVEST — Fundação para o Vestibular da Universidade de São Paulo (USP)
- GV — Fundação Getúlio Vargas - SP
- IME — Instituto Militar de Engenharia
- ITA — Instituto Tecnológica da Aeronáutica
- MACK — Universidade Mackenzie - SP
- PRF — Polícia Rodoviária Federal
- PUC-RIO — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
- UERJ — Universidade do Estado do Rio de Janeiro
- UFES — Universidade Federal do Espírito Santo
- UFF — Universidade Federal Fluminense
- UFMG — Universidade Federal de Minas Gerais
- UFRJ — Universidade Federal do Rio de Janeiro
- UFRRJ — Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
- UNICAMP — Universidade Estadual de Campinas
- UNIRIO — Universidade do Rio de Janeiro
- VUNESP — Fundação para o Vestibular da UNESP
(Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho)

Nível Fundamental - 2º segmento (5ª à 8ª série)

- AASME-RJ — Agente Administrativo da Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro
- CEFET — Centro Federal de Educação Tecnológica
- CMRJ — Colégio Militar do Rio de Janeiro
- CN — Colégio Naval
- ETFQ — Escola Técnica Federal de Química
- OBM — Olimpíada Brasileira de Matemática
- OEM — Olimpíada Estadual de Matemática
- OMN — Olimpíada de Matemática de Natal

Nível Fundamental - 1º segmento (1ª à 4ª série)

- CAP-UERJ — Colégio de Aplicação da UERJ

Aos nossos leitores

Os autores gostariam de conhecer sua opinião sobre a apresentação e o conteúdo deste manual. Escrever para:

Luís Lopes
A/C Maurice B. Vincent
Avenida das Américas, 1155 Sala 504
Barra da Tijuca Rio de Janeiro
RJ 22631-000

E-mail: qed_texte@hotmail.com

Escrevam para o endereço acima para encomendar outros exemplares e títulos ou propor novos problemas que gostariam de ver num outro volume.



Outras obras já publicadas por Luís Lopes: Manual. . .

1. de Trigonometria
2. de Seqüências e Séries
3. de Progressões
4. das Funções Exponenciais e Logarítmicas
5. de Indução Matemática